

动态可视化赋能初高中函数概念衔接教学

福建省平和正兴学校 林阿冬

摘要：针对初高中函数概念教学中存在的定义认知层级冲突、学生思维转型断层、传统模式衔接缺失的问题，动态可视化技术可发挥独特的衔接支持作用。本文梳理了动态可视化在衔接教学中搭建“直观—抽象”认知脚手架、破解思维定势负迁移、支持交互式探究的核心价值，从动态唤醒原有认知锚定衔接起点、通过动态冲突暴露认知局限引发认知需求、依托动态建构突出函数本质属性完成概念升级三个层面，提出了具体的实践路径，同时指出动态可视化衔接教学中需明确工具定位，坚持以学生为主体，立足学生原有认知开展教学，为提升初高中函数概念衔接教学质量提供参考。

关键词：动态可视化，初高中，函数概念，衔接教学

函数概念是初高中数学核心内容，是学生从常量数学转向变量数学的关键转折点。初中函数概念以“变量依赖说”为核心，强调变量对应变化关系，较具象直观；高中将函数定义为“非空数集上的对应关系”，从集合论角度抽象概括，更强调对应关系本质属性。这种概念跨越使学生在初高中衔接时出现认知断层，部分初中能熟练解题的学生进入高中后对函数概念产生困惑，甚至畏难。随着信息技术与基础教育融合，动态可视化技术为破解初高中函数概念衔接难题提供新路径。本文结合教学实践，探讨动态可视化赋能初高中函数概念衔接教学的路径与策略。

一、初高中函数概念衔接的教学痛点与成因分析

1. 概念定义的认知层级冲突

初中数学教材中，函数被定义为：“在一个变化过程中，如果有两个变量 x 与 y ，并且对于 x 的每一个确定的值， y 都有唯一确定的值与其对应，那么我们就说 x 是自变量， y 是 x 的函数。”这一定义从“变化过程”和“变量依赖”两个维度切入，贴合初中学生的具象思维发展水平，学生能够通过观察实际问题中的变化关系（比如路程随时间变化、面积随边长变化）建立对函数的初步认知。但这种定义也存在一定的局限性：它将函数绑定在“连续变化过程”中，学生容易形成“函数必须是连续变化的”“函数一定有表达式”“函数就是图像”等错误的前概念。

高中阶段的函数定义建立在集合论基础上：“设 A 、 B 是两个非空的实数集，

如果对于集合 A 中的任意一个数 x ，按照某种确定的对应关系 f ，在集合 B 中都有唯一确定的数 y 和它对应，那么就称 $f: A \rightarrow B$ 为从集合 A 到集合 B 的一个函数。”这一定义跳出了“变化过程”的限制，将函数抽象为两个集合之间的确定性对应关系，更能反映函数的本质属性，也为后续学习映射、反函数、复合函数等内容奠定基础。但这种抽象化的定义对于刚从初中升入高中的学生来说，理解门槛较高，学生往往能背诵定义，但无法理解为什么要重新定义函数，更无法将高中定义与初中已经建立的认知建立关联，反而会产生认知混乱。

2. 学生思维方式的转型断层

初中阶段的数学学习整体偏向具象思维，学生通过观察、归纳、类比等方式获得数学结论，函数问题也多围绕具体的一次函数、二次函数、反比例函数展开，学生通过绘制具体图像、计算具体数值掌握函数性质，训练的主要是模式识别与程序化解题能力。进入高中后，函数内容要求学生从具象思维转向抽象逻辑思维，需要理解抽象的对应关系、分类讨论函数的定义域值域、探究抽象函数的性质，这种思维转型并不是所有学生都能顺利完成。笔者曾在高一开学初做过一项调研，在 120 名新生中，有超过 70% 的学生认为“函数就是有表达式的变化关系”，有 62% 的学生不认可“分段函数是一个函数而非多个函数”，有超过 40% 的学生认为“存在两个 x 对应同一个 y 的关系不是函数”，可见初中形成的直观认知已经形成了思维定势，对高中抽象概念的学习产生了负迁移。

二、动态可视化赋能衔接教学的核心价值

动态可视化指的是利用 GeoGebra、WPS 演示动画、几何画板等工具，将抽象的数学关系转化为可操作、可变化、可观察的动态视觉呈现，它在初高中函数概念衔接教学中具有不可替代的优势。

1. 搭建“直观—抽象”的认知脚手架

动态可视化能够保留初中阶段函数概念的直观属性，同时逐步渗透高中抽象定义的本质，帮助学生在原有认知基础上自然生长出新的概念认知，而非推翻原有认知重建。教师可以通过动态元素的变化，先唤醒学生初中阶段对变量变化的直观认知，再逐步剥离非本质属性（比如连续变化、表达式、图像形态等），突出“任意 x 对应唯一 y ”的本质属性，帮助学生实现认知的自然升级。

2. 破解思维定势的负迁移影响

对于学生在初中阶段形成的错误前概念，比如“函数必须连续”“分段函数是多个函数”“一个 y 对应多个 x 就不是函数”等，动态可视化可以直接通过动态呈现将错误认知直观暴露出来，让学生在观察与互动中发现原有认知的局限性，主动修正自己的认知结构，远比教师口头讲解更有效。

三、动态可视化赋能初高中函数概念衔接教学的实践路径

结合日常教学实践，笔者将衔接教学分为三个环节，每个环节都依托动态可视化工具设计相应的教学活动，实现从初中变量说到高中集合对应说的自然衔接。

1. 动态唤醒：激活原有认知，锚定衔接起点

衔接教学的起点不是从零开始讲授高中定义，而是激活学生初中阶段已经形成的函数认知，找到原有认知与新定义的连接点。在这个环节，笔者利用 GeoGebra 设计了动态的“变化过程观察”活动，具体设计如下：

首先，展示三个学生初中熟悉的动态变化场景：场景一是小车匀速运动，拖动时间轴滑块 t ，动态显示小车的位置和对应的路程 s ，路程随时间变化；场景二是给定正方形周长，拖动周长滑块 C ，动态生成正方形，同时显示对应的面积 S ，面积随周长变化；场景三是在平面直角坐标系中拖动点 P 在 x 轴上移动，动态显示点 P 到原点的距离以及对应的纵坐标 y 。每展示一个场景，都让学生判断两个变量之间是否构成函数关系，并说明依据。学生很自然地就能用初中的“变量说”给出判断：每个场景中都有两个变量，对于自变量每一个确定的值，都有唯一的因变量对应，因此都是函数。

在这个环节，动态可视化直观唤醒了学生的原有认知，将初中定义的核心要素“两个变量”“ x 每一个确定值”“唯一 y 对应”通过动态变化直观呈现出来，锚定了学生的认知起点，同时提炼出了函数定义的核心要素：“任意输入一个 x ，得到唯一的 y ”，这个核心要素其实也是高中函数定义的核心，为后续的概念升级做好了铺垫。

2. 动态冲突：暴露认知局限，引发认知需求

在激活原有认知之后，需要通过呈现学生原有认知无法解释的场景，让学生感受到初中定义的局限性，产生重新定义函数的认知需求。这个环节是衔接教学的关键，笔者同样通过动态可视化设计了三个不同的场景，引发学生的认知冲突。

第一个场景：展示分段函数的动态图像， $f(x)=\begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$ ，设置动画让点 x 从负半轴连续移动到正半轴，让学生观察这是一个函数还是几个函数。按照初中学生的思维定势，很多学生认为这是“一次函数和另一次函数拼起来的，是两个函数”。此时笔者拖动点 x ，每取一个 x ，都提问学生“这里有几个 y 对应？”，学生都会发现，不管 x 取任何一个值，都只有唯一的 y 对应，那按照初中的定义，它也满足函数的要求，那为什么会看起来像是“两个函数”？这个问题引发了学生的思考，学生开始意识到，初中定义中“一个变化过程”的说法会产生歧义，分段函数虽然表达式分成两段，但它是一个变化过程，对应一个函数。

第二个场景：展示“整数编号对应学号学生身高”的对应关系，笔者在 GeoGebra 中将左侧设置为编号集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，右侧设置为对应的身高集合 $\{165, 172, 168, 175, 170\}$ ，点击编号 1，会自动对应到 165，点击编号 2，对应到 172，以此类推。此时向学生提问：这个对应关系中，没有连续的变化过程，它是不是函数？很多学生一开始产生了困惑：按照初中的定义，函数是“一个变化过程中”的两个变量，这里编号是固定的，没有连续变化，那它是不是函数？此时引导学生观察核心要素：对于左边集合里每一个确定的编号，右边是不是都有唯一确定的身高对应？学生都会给出肯定回答，那它到底是不是函数？这个场景让学生发现，初中定义中“变化过程”的限制，其实把很多满足“任意 x 对应唯一 y 的对应关系”排除在外了，原有定义的限制性就显现出来了。

第三个场景：展示狄利克雷函数的对应关系， $D(x)=\begin{cases} 1, & x \text{ 是有理数} \\ 0, & x \text{ 是无理数} \end{cases}$ ，通过动态工具展示：任意取一个有理数 x ，对应到 1，任意取一个无理数 x ，对应到 0，不管 x 取任何一个实数值，都只有唯一的 y 对应。此时提问学生：这个函数没有办法画出连续的图像，也没有连续的变化过程，它是不是函数？学生再次陷入思考：按照初中的定义，它不符合“变化过程”的要求，但按照核心要素“任意 x 有唯一 y 对应”，它又满足要求。

三个动态场景展示完之后，学生已经明显感受到，原来的初中定义虽然容易理解，但范围太窄了，很多符合核心要求的对应关系没法包含进去，所以我们需要一个更具一般性、更能反映本质的定义，自然引出了高中从集合角度定义函数

的必要性，认知需求被充分激发出来，而不是教师强制要求学生接受新定义。

3. 动态建构：突出本质属性，完成概念升级

在学生产生认知需求之后，就可以依托动态可视化帮助学生建构高中阶段的函数概念，将初中的变量说自然转化为集合对应说。笔者在 GeoGebra 中设计了可交互的“集合对应”动态模型，具体操作如下：

首先，将之前所有的动态场景进行抽象，把所有自变量的取值打包成一个集合 A ，把所有可能的因变量取值打包成集合 B ，对应关系 f 就是从 A 中元素到 B 中元素的对应规则。笔者设计了可拖动的交互模型：教师可以任意拖动集合 A 中的一个元素，通过对应规则 f ，动态显示集合 B 中对应的元素。先把之前的小车路程问题转化为集合对应： A 是所有时间的集合， B 是所有路程的集合，对应规则 f 就是时间对应路程，每一个 A 中的时间，都对应 B 中唯一的路程。再把学生身高的问题转化： A 是编号的集合， B 是身高的集合，每个编号对应唯一身高，同样满足这个结构。

接下来，通过动态操作展示函数定义中的两个核心要求：“非空数集”和“任意 x 对应唯一 y ”。笔者设计了四个不同的对应关系，让学生通过拖动元素操作，判断是否满足函数定义：

(1) 对应关系 1： A 是全体实数， B 是全体实数，对应规则是 $y = \pm x$ 。拖动 x 取 2，对应的 y 有 2 和 -2 两个，学生直观看到一个 x 对应两个 y ，因此不符合函数定义，直观验证了“唯一确定”的要求。

(2) 对应关系 2： A 是全体实数， B 是全体非负实数，对应规则是 $y = x^2$ 。任意拖动 x ，不管 x 取正数还是负数，都只有一个 y 对应，虽然一个 y 对应两个 x ，但不影响它是函数，直观破解了学生“一个 y 对应多个 x 就不是函数”的错误前概念。

(3) 对应关系 3： A 是 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ ，对应规则是 $y = 1/x$ 。当拖动 x 到 0 的时候， B 中没有元素对应，因此学生直观发现，定义域必须满足“任意 x 都有对应”，所以 $x=0$ 不能放在集合 A 中，自然理解了定义域的本质，就是“所有能保证对应成立的 x 组成的集合”。

(4) 对应关系 4：常函数 $y=5$ ， A 是全体实数，所有 x 都对应同一个 $y=5$ 。拖动任意 x ，都显示唯一对应 5，学生直观发现，虽然所有 x 对应同一个 y ，但

依然满足“任意 x 对应唯一 y ，因此也是函数，修正了“一个函数必须有多个不同的 y 值”的错误认知。

通过这一系列的动态交互操作，学生逐步建构出高中函数定义的本质：函数本质就是两个非空数集之间“任意 x 对应唯一 y 的确定对应关系”，初中的变量说其实就是这个定义的特例——当集合 A 是连续变化的数集时，就变成了初中所说的变量变化关系。原来新定义不是对旧定义的否定，而是对旧定义的推广和抽象，这样就完成了从直观到抽象的概念升级，认知结构得到了自然拓展。

总而言之，初高中函数概念的衔接教学，本质是帮助学生完成从具象直观到抽象概括的认知转型，动态可视化技术为这种转型提供了有效的支撑，它能够激活原有认知、引发认知冲突、支撑概念建构，实现自然衔接，降低认知门槛，同时提升学生对概念本质的理解深度。在信息技术与数学教学深度融合的背景下，教师需要进一步挖掘动态可视化在概念衔接教学中的应用价值，结合学生的认知特点设计合理的教学活动，帮助学生顺利跨越初高中数学学习的断层，为后续的数学学习奠定坚实的基础。

参考文献：

[1] 中华人民共和国教育部. 义务教育数学课程标准（2022年版）[S]. 北京：北京师范大学出版社，2022.

[2] 李庚南，刘东升. 从“变量说”到“对应说”——初高中函数概念衔接教学的思考与实践[J]. 中学数学教学参考，2021(13)：14-17.

[3] 王光明. 动态几何软件支持下的数学探究学习[J]. 中国电化教育，2004(12)：45-47.

备注：本论文系2025年度平和县基础教育课题《动态可视化赋能的初高中函数概念衔接教学的创新研究》（立项编号2025PHKYKT038）研究成果。